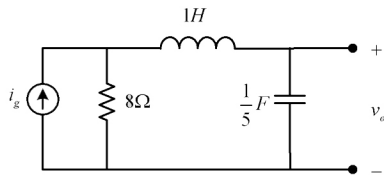


برای مدار مثال روبر اگر ورودی مدار موج $i_g = 220\sqrt{2} \cos(100t)$ باشد، ولتاژ خروجی را محاسبه نمایید.
حل:



این مثال در کلاس حل شده است، با توجه به تابع تبدیل به دست آمده داریم

$$H(s) = \frac{V_o(s)}{I_g(s)} = \frac{40}{s^2 + 8s + 5}$$

بدست آمد. اکنون برای محاسبه خروجی مدار به ورودی $i_g = 220\sqrt{2} \cos(100t)$ داریم:

$$i_g = 220\sqrt{2} \cos(100t) \rightarrow \begin{cases} A = 220\sqrt{2} \\ \omega = 100 \\ \theta = 0^\circ \end{cases}$$

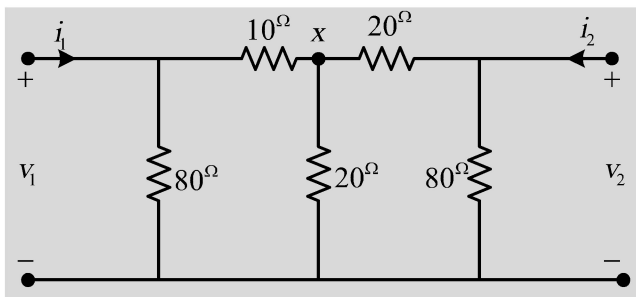
$$H(100j) = \frac{40}{(100j)^2 + 800j + 5} = 3.98 \times 10^{-3} \angle -175^\circ$$

$$\rightarrow v_o(t) = 220\sqrt{2} \times 0.12 \cos(100t - 175^\circ) = 1.24 \cos(100t - 175^\circ)$$

$$H(6000j) = \frac{(6000j)^{-1} + 3000(6000j)}{(6000j + 8000)(6000j + 5000)} = 0.21 + 0.47j = 0.51 \angle 66.37^\circ$$

$$\rightarrow v_o(t) = 120 \times 0.51 \cos(6000t + 66.37^\circ) = 61.2 \cos(6000t + 66.37^\circ)$$

پارامترهای H شبکه مقاومتی زیر را محاسبه نمایید:



حل:

برای بدست آوردن معادلات سرها در گره های V_1 و V_2 و X معادلات گره ها را می نویسیم:

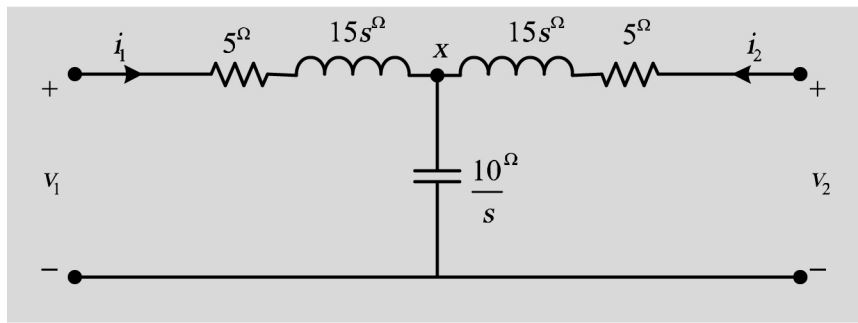
$$\begin{cases} I_1 = \frac{V_1 - V_x}{10} + \frac{V_1}{80} \\ I_2 = \frac{V_2 - V_x}{20} + \frac{V_2}{80} \\ \frac{V_x}{20} + \frac{V_x - V_1}{10} + \frac{V_x - V_2}{20} = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} I_1 = \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{80} \right) V_1 - \frac{1}{10} V_x \\ I_2 = \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{80} \right) V_2 - \frac{1}{20} V_x \\ V_x \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{20} \right) = \frac{1}{10} V_1 + \frac{1}{20} V_2 \rightarrow V_x \left(\frac{2+1+1}{20} \right) = \frac{2}{20} V_1 + \frac{1}{20} V_2 \end{cases}$$

$$\rightarrow V_x = \frac{2}{4} V_1 + \frac{1}{4} V_2 \rightarrow \begin{cases} I_1 = \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{80} \right) V_1 - \frac{1}{10} \left(\frac{2}{4} V_1 + \frac{1}{4} V_2 \right) = \frac{5}{80} V_1 - \frac{2}{80} V_2 \\ I_2 = \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{80} \right) V_2 - \frac{1}{20} \left(\frac{2}{4} V_1 + \frac{1}{4} V_2 \right) = -\frac{1}{40} V_1 + \frac{2}{40} V_2 \end{cases}$$

اکنون معادلات را به فرم معادلات ۳-۵ مرتب می کنیم:

$$\begin{cases} I_1 = \frac{5}{80} V_1 - \frac{2}{80} V_2 \rightarrow V_1 = \frac{80}{5} I_1 + \frac{2}{5} V_2 \\ I_2 = -\frac{1}{40} V_1 + \frac{2}{40} V_2 = -\frac{1}{40} (16 I_1 + 0.4 V_2) + \frac{2}{40} V_2 = \frac{-16}{40} I_1 + \frac{2}{40} V_2 = -0.4 I_1 + 0.04 V_2 \end{cases}$$

$$\rightarrow H = \begin{pmatrix} 16 & 0.4 \\ -0.4 & 0.09 \end{pmatrix}$$



حل:

برای بدست آوردن معادلات سرها در گره X معادلات گره را می نویسیم:

$$\begin{cases} I_1 = \frac{V_1 - V_x}{5 + 15s} \\ I_2 = \frac{V_2 - V_x}{5 + 15s} \\ I_1 + I_2 = \frac{V_x}{\frac{10}{s}} \rightarrow V_x = \frac{10}{s}(I_1 + I_2) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} (5 + 15s)I_1 = V_1 - \frac{10}{s}(I_1 + I_2) \\ (5 + 15s)I_2 = V_2 - \frac{10}{s}(I_1 + I_2) \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} V_1 = \left(5 + 15s + \frac{10}{s}\right)I_1 + \frac{10}{s}I_2 \\ I_2 = \frac{1}{\left(5 + 15s + \frac{10}{s}\right)}V_2 - \frac{10}{s\left(5 + 15s + \frac{10}{s}\right)}I_1 \end{cases}$$

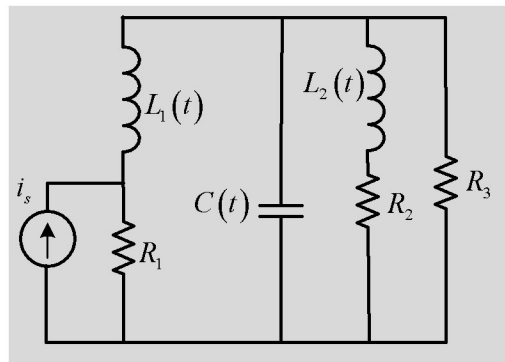
$$\rightarrow \begin{cases} V_1 = \left(5 + 15s + \frac{10}{s}\right)I_1 + \frac{10}{s}\left(\frac{1}{\left(5 + 15s + \frac{10}{s}\right)}V_2 - \frac{10}{s\left(5 + 15s + \frac{10}{s}\right)}I_1\right) \\ I_2 = \frac{1}{\left(5 + 15s + \frac{10}{s}\right)}V_2 - \frac{10}{s\left(5 + 15s + \frac{10}{s}\right)}I_1 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} V_1 = \left(5 + 15s + \frac{10}{s} - \frac{100}{s^2\left(5 + 15s + \frac{10}{s}\right)}\right)I_1 + \frac{10}{s}\frac{1}{\left(5 + 15s + \frac{10}{s}\right)}V_2 \\ I_2 = -\frac{10}{s\left(5 + 15s + \frac{10}{s}\right)}I_1 + \frac{1}{\left(5 + 15s + \frac{10}{s}\right)}V_2 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} V_1 = \left(\frac{s^2\left(5 + 15s + \frac{10}{s}\right)(5 + 15s) + 10s\left(5 + 15s + \frac{10}{s}\right) - 100}{s^2\left(5 + 15s + \frac{10}{s}\right)}\right)I_1 + \frac{10}{s}\frac{1}{\left(5 + 15s + \frac{10}{s}\right)}V_2 \\ I_2 = -\frac{10}{s\left(5 + 15s + \frac{10}{s}\right)}I_1 + \frac{1}{\left(5 + 15s + \frac{10}{s}\right)}V_2 \end{cases}$$

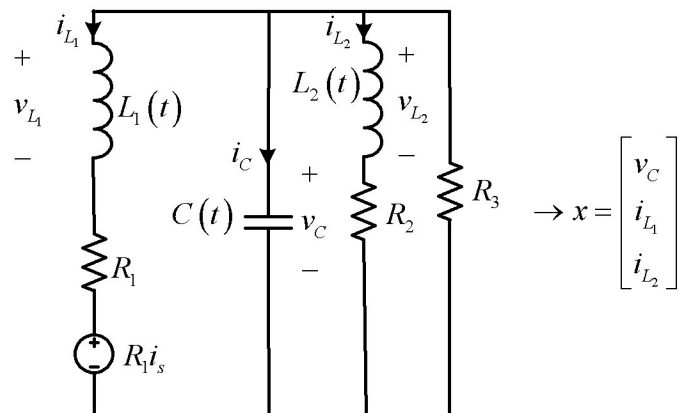
$$\rightarrow \begin{cases} V_1 = \left(\frac{225s^3 + 150s^2 + 325s + 100}{15s^2 + 5s + 10}\right)I_1 + \frac{10}{15s^2 + 5s + 10}V_2 \\ I_2 = -\frac{10}{15s^2 + 5s + 10}I_1 + \frac{s}{15s^2 + 5s + 10}V_2 \end{cases} \rightarrow H = \begin{pmatrix} \frac{225s^3 + 150s^2 + 325s + 100}{15s^2 + 5s + 10} & \frac{10}{15s^2 + 5s + 10} \\ -\frac{10}{15s^2 + 5s + 10} & \frac{s}{15s^2 + 5s + 10} \end{pmatrix}$$

معادلات حالت مدار زیر را با استفاده از تعاریف کات ست و حلقه بدست آورید. خروجی را ولتاژ مقاوت R_2 در نظر بگیرید:

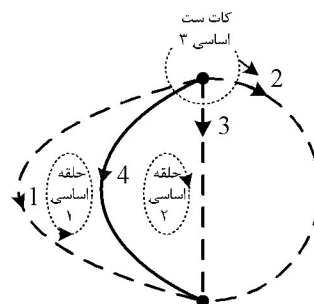


حل:

این مدار یک خازن و دو سلف دارد که حلقه خازنی و کات ست سلفی تشکیل نمی دهند. ابتدا متغیرهای حالت مدار را مشخص می کنیم:



اکنون یک گراف مداری و یک درخت متناظر را به گونه ای رسم می کنیم که خازن ها در شاخه های درخت و سلف در لینک قرار گیرند. تنها برای لینک سلفی یک حلقه و برای شاخه درخت هایی که خازن دارند کات ست مشخص می کنیم:



اکنون برای بدست آوردن بردار x ، معادلات کات ست ها را می نویسیم:

$$\begin{cases} v_{L_1} + R_1 i_{L_1} + R_1 i_s - v_C = 0 & \text{معادله حلقه ۱} \\ v_{L_2} + R_2 i_{L_2} - v_C = 0 & \text{معادله حلقه ۲} \\ i_{L_1} + i_{L_2} + i_C + \frac{v_C}{R_3} = 0 & \text{معادله کات ست ۳} \end{cases}$$

اکنون بردار x را بدست می آوریم، برای این کار تمام متغیرها را به متغیرهای حالت و یا مشتقات آنها تبدیل می کنیم:

$$\begin{cases} v_{L_1} = v_C - R_1 i_{L_1} - R_1 i_s \\ v_{L_2} = v_C - R_2 i_{L_2} \\ i_C = -\frac{v_C}{R_3} - i_{L_1} - i_{L_2} \end{cases}$$

اکنون معادله خروجی را بدست می آوریم:

$$V_{R_2} = R_2 i_{L_2}$$

با مرتب کردن معادلات فوق بر اساس معادله ۲-۲ داریم:

$$\begin{cases} v_{L_1} = i_{L_1} \frac{dL_1}{dt} + L_1 \frac{di_{L_1}}{dt} = v_C - R_1 i_{L_1} - R_1 i_s \\ v_{L_2} = i_{L_2} \frac{dL_2}{dt} + L_2 \frac{di_{L_2}}{dt} = v_C - R_2 i_{L_2} \\ i_C = v_C \frac{dC}{dt} + C \frac{dv_C}{dt} = -\frac{v_C}{R_3} - i_{L_1} - i_{L_2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} L_1 \frac{di_{L_1}}{dt} = v_C - \left(\frac{dL_1}{dt} + R_1 \right) i_{L_1} - R_1 i_s \\ L_2 \frac{di_{L_2}}{dt} = v_C - \left(\frac{dL_2}{dt} + R_2 \right) i_{L_2} \\ C \frac{dv_C}{dt} = -\left(\frac{dC}{dt} + \frac{1}{R_3} \right) v_C - i_{L_1} - i_{L_2} \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} v_C \\ i_{L_1} \\ i_{L_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{C} \left(-\frac{dC}{dt} - \frac{1}{R_3} \right) & -\frac{1}{C} & -\frac{1}{C} \\ \frac{1}{L_1} & -\frac{1}{L_1} \left(\frac{dL_1}{dt} + R_1 \right) & 0 \\ \frac{1}{L_2} & 0 & -\frac{1}{L_2} \left(\frac{dL_2}{dt} + R_2 \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_C \\ i_{L_1} \\ i_{L_2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{R_1}{L_1} \\ 0 \end{bmatrix} \times i_s$$

$$V_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_C \\ i_{L_1} \\ i_{L_2} \end{bmatrix} + 0 \times i_s$$