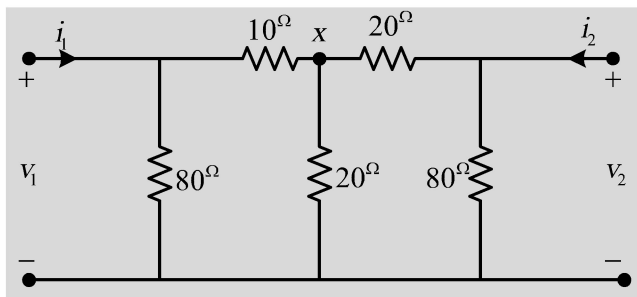


پارامترهای H شبکه مقاومتی زیر را محاسبه نمایید:



حل:

برای بدست آوردن معادلات سرها در گره های V_1 و V_2 و X معادلات گره ها را می نویسیم:

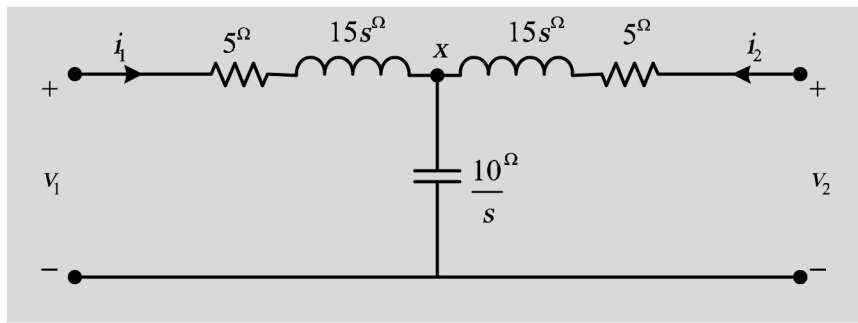
$$\begin{cases} I_1 = \frac{V_1 - V_x}{10} + \frac{V_1}{80} \\ I_2 = \frac{V_2 - V_x}{20} + \frac{V_2}{80} \\ \frac{V_x}{20} + \frac{V_x - V_1}{10} + \frac{V_x - V_2}{20} = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} I_1 = \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{80} \right) V_1 - \frac{1}{10} V_x \\ I_2 = \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{80} \right) V_2 - \frac{1}{20} V_x \\ V_x \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{20} \right) = \frac{1}{10} V_1 + \frac{1}{20} V_2 \rightarrow V_x \left(\frac{2+1+1}{20} \right) = \frac{2}{20} V_1 + \frac{1}{20} V_2 \end{cases}$$

$$\rightarrow V_x = \frac{2}{4} V_1 + \frac{1}{4} V_2 \rightarrow \begin{cases} I_1 = \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{80} \right) V_1 - \frac{1}{10} \left(\frac{2}{4} V_1 + \frac{1}{4} V_2 \right) = \frac{5}{80} V_1 - \frac{2}{80} V_2 \\ I_2 = \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{80} \right) V_2 - \frac{1}{20} \left(\frac{2}{4} V_1 + \frac{1}{4} V_2 \right) = -\frac{1}{40} V_1 + \frac{2}{40} V_2 \end{cases}$$

اکنون معادلات را به فرم معادلات ۳-۵ مرتب می کنیم:

$$\begin{cases} I_1 = \frac{5}{80} V_1 - \frac{2}{80} V_2 \rightarrow V_1 = \frac{80}{5} I_1 + \frac{2}{5} V_2 \\ I_2 = -\frac{1}{40} V_1 + \frac{2}{40} V_2 = -\frac{1}{40} (16 I_1 + 0.4 V_2) + \frac{2}{40} V_2 = \frac{-16}{40} I_1 + \frac{2}{40} V_2 = -0.4 I_1 + 0.04 V_2 \end{cases}$$

$$\rightarrow H = \begin{pmatrix} 16 & 0.4 \\ -0.4 & 0.09 \end{pmatrix}$$



حل:

برای بدست آوردن معادلات سرها در گره X معادلات گره را می نویسیم:

$$\begin{cases} I_1 = \frac{V_1 - V_x}{5 + 15s} \\ I_2 = \frac{V_2 - V_x}{5 + 15s} \\ I_1 + I_2 = \frac{V_x}{\frac{10}{s}} \rightarrow V_x = \frac{10}{s}(I_1 + I_2) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} (5 + 15s)I_1 = V_1 - \frac{10}{s}(I_1 + I_2) \\ (5 + 15s)I_2 = V_2 - \frac{10}{s}(I_1 + I_2) \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} V_1 = \left(5 + 15s + \frac{10}{s}\right)I_1 + \frac{10}{s}I_2 \\ I_2 = \frac{1}{\left(5 + 15s + \frac{10}{s}\right)}V_2 - \frac{10}{s\left(5 + 15s + \frac{10}{s}\right)}I_1 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} V_1 = \left(5 + 15s + \frac{10}{s}\right)I_1 + \frac{10}{s}\left(\frac{1}{\left(5 + 15s + \frac{10}{s}\right)}V_2 - \frac{10}{s\left(5 + 15s + \frac{10}{s}\right)}I_1\right) \\ I_2 = \frac{1}{\left(5 + 15s + \frac{10}{s}\right)}V_2 - \frac{10}{s\left(5 + 15s + \frac{10}{s}\right)}I_1 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} V_1 = \left(5 + 15s + \frac{10}{s} - \frac{100}{s^2\left(5 + 15s + \frac{10}{s}\right)}\right)I_1 + \frac{10}{s}\frac{1}{\left(5 + 15s + \frac{10}{s}\right)}V_2 \\ I_2 = -\frac{10}{s\left(5 + 15s + \frac{10}{s}\right)}I_1 + \frac{1}{\left(5 + 15s + \frac{10}{s}\right)}V_2 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} V_1 = \left(\frac{s^2\left(5 + 15s + \frac{10}{s}\right)(5 + 15s) + 10s\left(5 + 15s + \frac{10}{s}\right) - 100}{s^2\left(5 + 15s + \frac{10}{s}\right)}\right)I_1 + \frac{10}{s}\frac{1}{\left(5 + 15s + \frac{10}{s}\right)}V_2 \\ I_2 = -\frac{10}{s\left(5 + 15s + \frac{10}{s}\right)}I_1 + \frac{1}{\left(5 + 15s + \frac{10}{s}\right)}V_2 \end{cases} \rightarrow H = \begin{pmatrix} \frac{225s^3 + 150s^2 + 325s + 100}{15s^2 + 5s + 10} & \frac{10}{15s^2 + 5s + 10} \\ -\frac{10}{15s^2 + 5s + 10} & \frac{s}{15s^2 + 5s + 10} \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{cases} V_1 = \left(\frac{225s^3 + 150s^2 + 325s + 100}{15s^2 + 5s + 10}\right)I_1 + \frac{10}{15s^2 + 5s + 10}V_2 \\ I_2 = -\frac{10}{15s^2 + 5s + 10}I_1 + \frac{s}{15s^2 + 5s + 10}V_2 \end{cases}$$